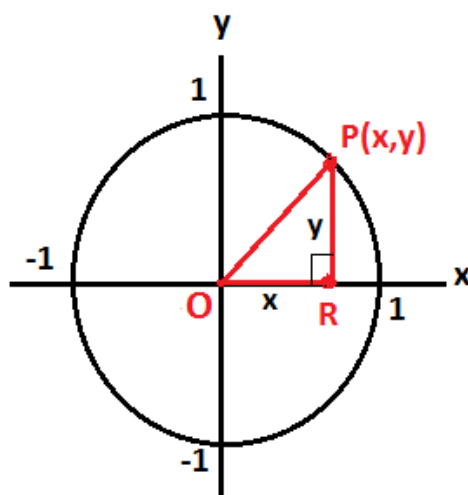


	INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANDRÉS PÁEZ DE SOTOMAYOR <i>"Dios, Ciencia y Responsabilidad"</i> 2020	
Tema: Circunferencia unitaria	Asignatura: Matemáticas 10°	Nota (10 pts.)
Nombre:	Segundo Periodo. Fecha:	
	Docente: Wilmer Peña O.	

La circunferencia unitaria

Una circunferencia unitaria es aquella cuyo centro está en el origen del plano cartesiano y cuyo radio es igual a 1. En la figura se muestra una circunferencia unitaria.



El punto $P(x, y)$ pertenece a la circunferencia unitaria y sus coordenadas x y y corresponden a las medidas de los catetos del triángulo rectángulo ORP .

Si se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo ORP se obtiene:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2 \quad \text{Teorema de Pitágoras}$$

$$1^2 = x^2 + y^2 \quad \text{En el triángulo la hipotenusa es el mismo radio: } h = r = 1$$

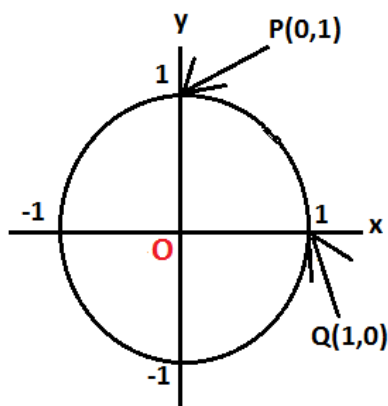
$$1 = x^2 + y^2$$

Por lo tanto, la **ecuación de la circunferencia unitaria** es

$$x^2 + y^2 = 1$$

y todos los puntos $P(x, y)$ que cumplan esta igualdad pertenecen a la circunferencia.

Ejemplo 1: En la figura es obvio que los puntos **P** y **Q** pertenecen a la circunferencia unitaria, por lo tanto deben cumplir la igualdad $x^2 + y^2 = 1$



Para el punto $P(0,1)$ se tiene que $x = 0$ y $y = 1$, por lo tanto la ecuación quedaría $0^2 + 1^2 = 0 + 1 = 1$, se cumple la ecuación.

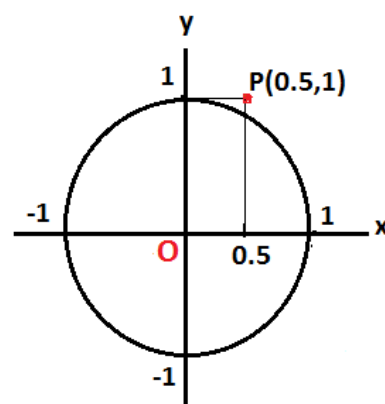
Para el punto $Q(1,0)$ se tiene que $x = 1$ y $y = 0$, por lo tanto la ecuación quedaría $1^2 + 0^2 = 1 + 0 = 1$, se cumple la ecuación.

Ejemplo 2: Determinar si el punto $P(0.5, 1)$, pertenece o no a la circunferencia unitaria.

Para el punto dado se tiene que $x = 0.5$ y $y = 1$, entonces al remplazar en la ecuación $x^2 + y^2 = 1$ se obtiene:

$$0,5^2 + 1^2 = 0,25 + 1 = 1,25 \neq 1$$

Como el resultado no es 1, concluimos que el punto $P(0.5, 1)$ no pertenece a la circunferencia unitaria, como se puede ver en la figura:



Ejemplo 3: Hallar la coordenada y del punto $P\left(-\frac{1}{2}, y\right)$, que pertenece a la circunferencia unitaria y está ubicado en segundo cuadrante.

Cuando tenemos sólo una coordenada y se pide hallar la otra, el proceso es el siguiente:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 &= 1 && \text{Se remplaza la coordenada dada en la ecuación } x^2 + y^2 = 1 \\ \frac{1}{4} + y^2 &= 1 && \text{Se resuelve la potencia} \\ y^2 &= 1 - \frac{1}{4} && \text{Se despeja la coordenada faltante} \\ y^2 &= \frac{3}{4} && \text{Se hace la resta} \\ y &= \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} && \text{Se saca la raíz cuadrada positiva y negativa} \end{aligned}$$

Como tenemos dos resultados para y , $y = +\frac{\sqrt{3}}{2}$ y $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, tomamos el positivo ya que nos decían que el punto estaba en el **segundo cuadrante**, es decir, la y es positiva. Por lo tanto, $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y el punto sería $P\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

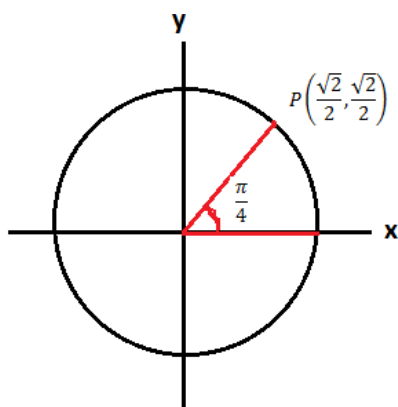
Puntos de la circunferencia unitaria y ángulos θ en posición normal

Un punto P sobre la circunferencia unitaria se puede determinar a partir de un ángulo θ en posición normal. De la misma forma, un ángulo θ determina un punto sobre la circunferencia unitaria.

Ejemplo 4: A continuación se muestran dos ángulos en posición normal que determinan puntos sobre la circunferencia unitaria.

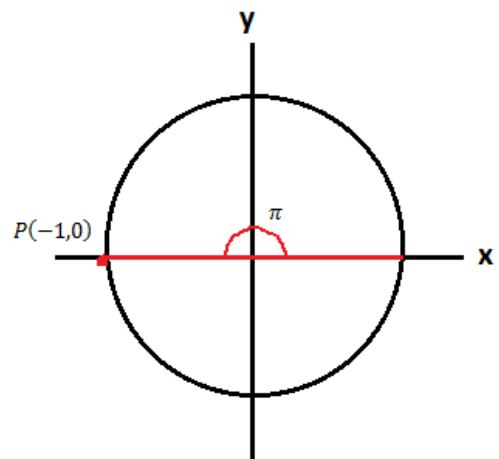
a. El ángulo $\theta = \pi/4$ determina el punto

$$P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$



b. El ángulo $\theta = \pi$ determina el punto

$$P(-1, 0)$$

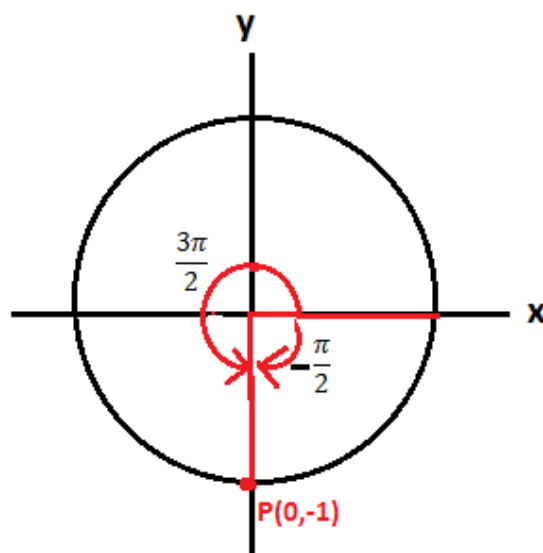


Nota: En el ejemplo anterior, el punto que corresponde con el ángulo $\theta = -\pi$ también sería $P(-1, 0)$, sólo que el ángulo se dibujaría en el sentido de las manecillas del reloj. Por lo tanto, un mismo punto puede estar asociado a infinitos ángulos positivos y/o negativos.

Ejemplo 5: Determine dos ángulos asociados con el punto $P(0, -1)$.

Al ubicar el punto $P(0, -1)$ en el plano cartesiano se observa que dos ángulos podrían ser

$$\theta = -\frac{\pi}{2} \text{ y } \theta = \frac{3\pi}{2}$$



Ejercicios:

1. Determina si el punto $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ pertenece o no pertenece a la circunferencia unitaria.
2. Encuentra el valor de x teniendo en cuenta que el punto $P(x, 0.8)$ está en la circunferencia unitaria y está ubicado en el segundo cuadrante.
3. Dibuja en la circunferencia unitaria un ángulo que quede determinado por el punto $P(0, 1)$
4. Dibuja sobre la circunferencia unitaria un punto asociado al ángulo $\theta = 135^\circ$