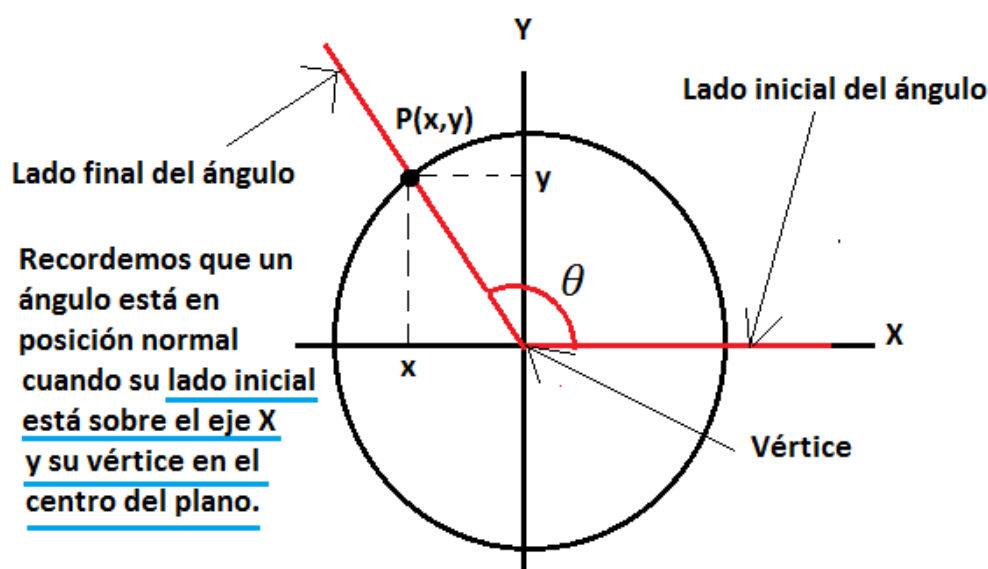


	INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANDRÉS PÁEZ DE SOTOMAYOR "Dios, Ciencia y Responsabilidad" 2020	
Tema: Definición de las funciones trigonométricas	Asignatura: Matemáticas 10°	Nota (6 pts.)
Nombre:	Segundo Periodo. Fecha:	
	Docente: Wilmer Peña O.	

Definición de las funciones trigonométricas

Una forma de definir las funciones trigonométricas es a partir de la circunferencia unitaria. Para esto se construye un ángulo θ en posición normal cuyo lado final corte a la circunferencia unitaria en el punto P , como se muestra en la figura:



A partir de las coordenadas x y y del punto $P(x,y)$ se pueden definir las funciones trigonométricas: **seno (sen)**, **coseno (cos)**, **tangente (tan)**, **cotangente (cot)**, **secante (sec)** y **cosecante (csc)**, así:

$$\begin{aligned}
 \text{sen}(\theta) &= y & \tan(\theta) &= \frac{y}{x}, x \neq 0 & \sec(\theta) &= \frac{1}{x}, x \neq 0 \\
 \cos(\theta) &= x & \cot(\theta) &= \frac{x}{y}, y \neq 0 & \csc(\theta) &= \frac{1}{y}, y \neq 0
 \end{aligned}$$

El **signo de las funciones trigonométricas** depende del cuadrante en el que se ubique el punto que determine el ángulo θ .

Por ejemplo, para el ángulo θ de la figura anterior, se observa que el punto $P(x,y)$ tiene coordenada en **x, negativa** y en **y, positiva**, por lo tanto, se tendría que el signo de cada función trigonométrica sería:

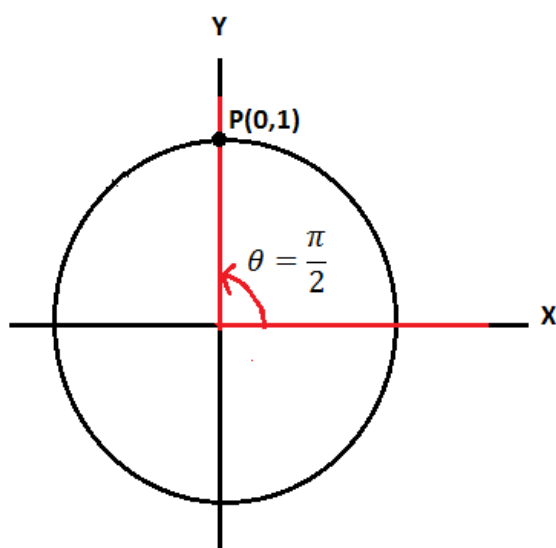
$\text{sen}(\theta)$	$\cos(\theta)$	$\tan(\theta)$	$\cot(\theta)$	$\sec(\theta)$	$\csc(\theta)$
+	-	-	-	-	+

En la siguiente tabla se muestra el signo de las funciones trigonométricas según las coordenadas x , y de un punto determinado por un ángulo θ en posición normal.

Cuadrante	Signos de (x, y)	Funciones positivas	Funciones negativas
I	$x > 0, y > 0$	Todas	Ninguna
II	$x < 0, y > 0$	$sen(\theta), csc(\theta)$	$cos(\theta), tan(\theta), cot(\theta), sec(\theta)$
III	$x < 0, y < 0$	$tan(\theta), cot(\theta)$	$sen(\theta), cos(\theta), sec(\theta), csc(\theta)$
IV	$x > 0, y < 0$	$cos(\theta), sec(\theta)$	$sen(\theta), tan(\theta), cot(\theta), csc(\theta)$

Ejemplo 1: Calcular el valor de las 6 funciones trigonométricas para el ángulo $\theta = \frac{\pi}{2}$ que determina el punto P(0, 1) en la circunferencia unitaria.

En la siguiente figura se observa el ángulo y el punto que determina.



Como $x = 0$ y $y = 1$ tenemos que:

$$* sen\left(\frac{\pi}{2}\right) = y = 1$$

$$* cot\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{x}{y} = \frac{0}{1} = 0$$

$$* cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = x = 0$$

$$* sec\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{x} = \frac{1}{0} = \text{Indefinida}$$

$$* tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{y}{x} = \frac{1}{0} = \text{Indefinida}$$

$$* csc\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{y} = \frac{1}{1} = 1$$

Ejemplo 2: Calcular el valor de las 6 funciones trigonométricas para el ángulo $\theta = \frac{\pi}{6}$ que determina el punto P $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ en la circunferencia unitaria.

Primero se identifican las coordenadas del punto: $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $y = \frac{1}{2}$

Luego se utilizan estas coordenadas para calcular el valor de cada una de las funciones trigonométricas:

$$* \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = y = \frac{1}{2}$$

$$* \operatorname{cos}\left(\frac{\pi}{6}\right) = x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

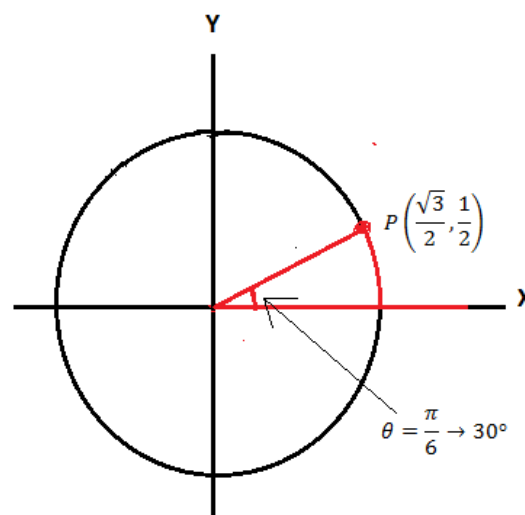
$$* \operatorname{tan}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$* \operatorname{cot}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{x}{y} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$* \operatorname{sec}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$* \operatorname{csc}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{y} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Observemos que el signo de las funciones trigonométricas es positivo porque el punto P está en el primer cuadrante, como muestra la figura



Ejercicios:

1. Calcular el valor de las 6 funciones trigonométricas para el ángulo $\theta = \frac{3\pi}{4}$ que determina el punto $\mathbf{P}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ en la circunferencia unitaria.

2. Complete la tabla con los valores de las funciones trigonométricas para los ángulos llamados **cuadrantales** que son: 0 , $\frac{\pi}{2}$, π , $\frac{3\pi}{2}$ y 2π .

θ	$\mathbf{P(x,y)}$	$\operatorname{sen}(\theta)$	$\operatorname{cos}(\theta)$	$\operatorname{tan}(\theta)$	$\operatorname{cot}(\theta)$	$\operatorname{sec}(\theta)$	$\operatorname{csc}(\theta)$
0	$P(1, 0)$						
$\frac{\pi}{2}$	$P(0, 1)$	1	0	Indefinida	0	Indefinida	1
π	$P(-1, 0)$						
$\frac{3\pi}{2}$	$P(0, -1)$						

* En el ejemplo 1 se mostró el proceso para el ángulo $\frac{\pi}{2}$, por eso ya se llenó; de la misma forma se hace para el resto.